

TEILBARKEITSKRITERIEN

1. Motivation

- Schnelle Prüfung auf Teilbarkeit
- Vielstellige Zahlen prüfbar machen
- Umsetzung in schnelleren Algorithmen
- Sparen von Rechenzeit und -leistung

2. Teilbarkeitskriterien

Teilbarkeitskriterium 2: Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn die letzte Ziffer eine 0, 2, 4, 6 oder eine 8 ist.

Teilbarkeitskriterium 4: Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die letzten beiden Stellen durch 4 teilbar sind

Teilbarkeitskriterium 8: Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn die letzten drei Stellen durch 8 teilbar sind

2er Potenzen:

- ✓ Man kann jede 2er Potenz durch 2^n teilen, wenn die Zahl, die man aus ihren letzten n Ziffern bildet, durch 2^n teilbar ist.
- ✓ Wir können damit die Teilbarkeit durch alle 2er Potenzen prüfen: 2,4,8,16,32,64,128,256
- ✓ Um zum Beispiel zu testen, ob eine Zahl durch 32 teilbar ist, müssen wir nur ihre letzten 5 Stellen durch 32 teilen, egal wie lang sie ist

Teilbarkeitskriterium 5: Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn die letzte Ziffer eine 0 oder eine 5 ist (= durch 5 teilbar ist)

Teilbarkeitskriterium 25: Eine Zahl ist durch 25 teilbar, wenn die letzten zwei Ziffern durch 25 teilbar sind

Teilbarkeitskriterium 125: Eine Zahl ist durch 125 teilbar, wenn die letzten drei Ziffern durch 125 teilbar sind

5er Potenzen:

- ✓ Man kann jede 5er Potenz durch 5^n teilen, wenn die Zahl, die man aus ihren letzten n Ziffern bildet, durch 5^n teilbar ist.
- ✓ Wir können damit die Teilbarkeit durch alle 5er Potenzen prüfen: 5,25,125,625,3125
- ✓ Um zum Beispiel zu testen, ob eine Zahl durch 3125 teilbar ist, müssen wir nur ihre letzten 5 Stellen durch 3125 teilen, egal wie lang sie ist

Teilbarkeitskriterium 10: Eine Zahl ist durch 10 teilbar, wenn die letzte Ziffer eine 0 ist

Teilbarkeitskriterium 100: Eine Zahl ist durch 100 teilbar, wenn die letzten zwei Ziffern 00 sind

10er Potenzen:

Man kann eine Zahl durch 10^n teilen, wenn die letzten n Ziffern Nullen sind.

Die Teilbarkeit durch Zehnerpotenzen kann man durch einfaches Hinschauen erkennen.

Teilbarkeitskriterium 20: Eine Zahl ist genau dann durch 20 teilbar, wenn ihre vorletzte Ziffer gerade ist und ihre letzte Ziffer 0 ist.

Teilbarkeitskriterium 40: Eine Zahl ist genau dann durch 40 teilbar, wenn die Zahl aus der drittletzten und der vorletzten Ziffer durch 4 teilbar ist und die letzte Ziffer eine 0 ist.

Teilbarkeitskriterium 50: Eine Zahl ist genau dann durch 50 teilbar, wenn die Zahl auf 00 oder 50 endet

2er und 5er Potenzen:

- ✓ Allgemein ist eine Zahl genau dann durch $2^m 5^n$ teilbar, wenn die Zahl aus ihren letzten $\max(m,n)$ Ziffern durch $2^m 5^n$ teilbar ist.
- ✓ Damit können wir die Teilbarkeit durch die Zahlen 10,20,50,100,200,500 usw. ermitteln

Nichtalternierende & Alternierende Quersummen:

- (Nichtalternierende) Quersummen:
Die Summe der Ziffernwerte einer natürlichen Zahl.
Beispiel: 123456 → (1+2+3+4+5+6) → Quersumme: 21
- Alternierende Quersumme:
Einer Zahl, rechts beginnend die Ziffernwerte abwechselnd subtrahiert und addiert.
Beispiel: 36036 → 3-6+0-3+6 → altern. Quersumme: 0
36036 → (3+0+6) - (6+3) → altern. Quersumme: 0

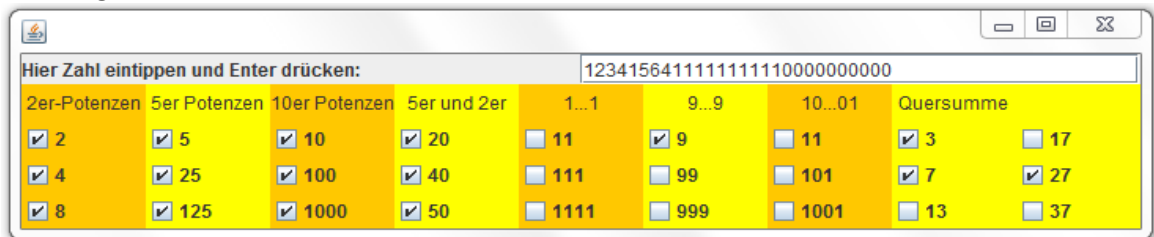
Teilbarkeitskriterium 11:	Eine Zahl ist genau dann durch 11 teilbar, wenn ihre nichtalternierende 2er-Quersumme durch 11 teilbar ist.
Teilbarkeitskriterium 111:	Eine Zahl ist genau dann durch 111 teilbar, wenn ihre nichtalternierende 3er-Quersumme durch 111 teilbar ist.
Teilbarkeitskriterium 1111:	Eine Zahl ist genau dann durch 1111 teilbar, wenn ihre nichtalternierende 4er-Quersumme durch 1111 teilbar ist.
Zahlen der Form 1...1:	Allgemein ist eine Zahl genau dann durch $1 \dots 1 = \sum_{k=0}^{n-1} 10^k$ teilbar, wenn ihre nichtalternierende n -Quersumme durch teilbar ist.
Teilbarkeitskriterium 9:	Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre nichtalternierende Quersumme durch 9 teilbar ist.
Teilbarkeitskriterium 99:	Eine Zahl ist genau dann durch 99 teilbar, wenn ihre nichtalternierende 2er-Quersumme durch 99 teilbar ist.
Zahlen der Form 9...9:	Allgemein ist eine Zahl genau dann durch $9 \dots 9 = 10^n - 1$ teilbar, wenn ihre nichtalternierende n -Quersumme durch $10^n - 1$ teilbar ist.
Teilbarkeitskriterium 11:	Eine Zahl ist genau dann durch 11 teilbar, wenn ihre alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist.
Teilbarkeitskriterium 101:	Eine Zahl ist durch 101 teilbar, wenn die alternierende 2er-Quersumme durch 101 teilbar ist.
Zahlen der Form 10...01:	Allgemein ist eine Zahl genau dann durch $100 \dots 001 = 10^n + 1$ teilbar, wenn ihre alternierende n -Quersumme durch $10^n + 1$ teilbar ist.
Teilbarkeitskriterium 3:	Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.
Teilbarkeitskriterium 7:	Eine Zahl ist durch 7 teilbar, wenn die alternierende 3er-Quersumme durch 7 teilbar ist.
Teilbarkeitskriterium 13:	Eine Zahl ist durch 13 teilbar, wenn die alternierende 3er-Quersumme durch 13 teilbar ist
Teilbarkeitskriterium 27:	Eine Zahl ist durch 27 teilbar, wenn die nicht-alternierende 3er-Quersumme durch 27 teilbar ist
Teilbarkeitskriterium 37:	Eine Zahl ist durch 37 teilbar, wenn die nicht-alternierende 3er-Quersumme durch 37 teilbar ist

Teilbarkeit	Quersumme	Alternierend / nichtalternierend	Kriterium
17	8er Quersumme	alternierend	teilbar durch 17
19	9er Quersumme	alternierend	teilbar durch 19
41	5er Quersumme	nichtalternierend	teilbar durch 41
73	4er Quersumme	alternierend	teilbar durch 73
77	3er Quersumme	alternierend	teilbar durch 77
91	3er Quersumme	alternierend	teilbar durch 91
137	4er Quersumme	alternierend	teilbar durch 137
143	3er Quersumme	alternierend	teilbar durch 143

3. Beispiele aus dem Judge

- Problem 10929 - You can say 11: Eingabezahlen durch 11 teilbar?
- Problem 11879 - Multiple of 17: Eingabezahlen durch 17 teilbar?

4. Java Programm



5. Schluss

- Fazit:
 - Schnelle Prüfung auf Teilbarkeit
 - Vielstellige Zahlen prüfbar machen
 - Umsetzung in schnelleren Algorithmen
 - Sparen von Rechenzeit und –leistung
 - ⇒ **Erst Denken dann Rechnen**
- Quellen:
 - <http://de.wikipedia.org/wiki/Quersumme>
 - <http://de.wikipedia.org/wiki/Teilbarkeit>
 - <http://matheplanet.com/>
 - <http://www.mathe.arbeiters.de/>