

Π (Pi)

Marco Schuster, Gent Selmanaj, Chris M.
Westerfield

Was ist π ?

3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 58209
74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679 82148 08651
32823 06647 09384 46095 50582 23172 53594 08128 48111 74502 84102
70193 85211 05559 64462 29489 54930 38196 44288 10975 66593 34461
28475 64823 37867 83165 27120 19091 45648 56692 34603 48610 45432
66482 13393 60726 02491 41273 72458 70066 06315 58817 48815 20920
96282 92540 91715 36436 78925 90360 01133 05305 48820 46652 13841
46951 94151 16094 33057 27036 57595 91953 09218 61173 81932 61179
31051 18548 07446 23799 62749 56735 18857 52724 89122 79381 83011
94912 98336 73362 44065 66430 86021 39494 63952 24737 19070 21798
60943 70277 05392 17176 29317 67523 84674 81846 76694 05132 00056
81271 45263 56082 77857 71342 75778 96091 73637 17872 14684 40901
22495 34301 46549 58537 10507 92279 68925 89235 42019 95611 21290
21960 86403 44181 59813 62977 47713 09960 51870 72113 49999 99837
29780 49951 05973 17328 16096 31859 50244 59455 34690 83026
42522...

Was ist π ?

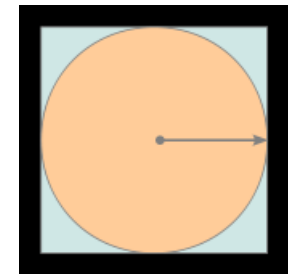
- π stellt das Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser eines Kreises dar
- Ein Kreis mit $d=1$ hat einen Umfang von π
- π kann nicht als Bruch dargestellt werden (bewiesen 1767)
- π kann lediglich approximiert („angenähert“) werden
- Momentan wurden bereits 5 Billionen Nachkommastellen berechnet
- Faktisch nötig sind ca. 62 Dezimalstellen
 - Das Universum ist derzeit ca. $8,17 \cdot 10^{26}$ m groß. Ein „universumsgroßer“ Kreis hätte daher, gemessen in Planck-Längen (Quantenmechanik, 10^{-35} m), einen Radius von ca. $8,17 \cdot 10^{61}$ m; zu dieser Berechnung des Umfangs benötigt man also lediglich 62 Nachkommastellen.

π in der Praxis

- Berechnung von Kreisen, Kreisflächen etc.
- Fouriertransformation
- Heisenberg'sche Unschärferelation
- Kreisfrequenzen
- π -Sport: Auswendiglernen möglichst vieler Stellen von π
 - ▣ Offiziell: 67.890 Stellen (20.11.05)
 - ▣ Inoffiziell: über 100.000 Stellen (nicht im Guinness-Buch)
- Computer-Performancetests

Berechnung

- Bibel: manuelles Ausmessen (Wert: 3)
 - Dann machte er das Meer. Es wurde aus Bronze gegossen und maß 10 Ellen von einem Rand zum anderen; es war völlig rund und 5 Ellen hoch. Eine Schnur von 30 Ellen konnte es rings umspannen.
- Ägypten (Papyrus Rhind, 1700 v. Chr.): 3,1604
- Archimedes: Annäherung über Vielecke
- Vieté 1593: $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdot \dots = \frac{2}{\pi}$
- Leibniz 1682: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots = \frac{\pi}{4}$
- BBP-Reihe (1996): $\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right)$
- Flächenformel (einem Kreis einbeschriebene Punkte)



Geschichtliches

- 1596: Ludolph van Ceulen berechnet in 30 Jahren Arbeit 35 Stellen (Polygonmethode)
- erste Verwendung 1706 (William Jones)
- 1737: feste Benutzung durch Euler
- 1748: Euler berechnet 148 Stellen
- aktuell: 5.000.000.000.000 Stellen (5 Billionen, 2010)

Probleme

- Untersucht wurden die ACM-Probleme:
 - 412 „Pi“
 - Approximation von Pi auf Basis eines Datensatzes untersch. Quantität
 - 438 „Circumference of the Circle“
 - Berechnung des Kreisradius‘ anhand von drei gegebenen Koordinaten
 - 10432 „Polygon inside a circle“
 - gleichseitiges Polygon wird durch einen Kreis beschrieben; gesucht ist die Fläche des Polygons bei angegebenem Radius und der Kantenzahl

- Probleme:
 - ▣ double-Cast vor Ausgabe nötig (Genauigkeit)
 - ▣ Vergleich der Elemente: j läuft über, wenn man nicht aufpasst

- Problem: lineares Gleichungssystem (LGS)
lösen
- Lösung: Cramersche Regel
- Problem: exakte Rundung, printf()
unzuverlässig
- Lösung: $*100$ und danach $/100$

10432

- Problem: printf nutzt Systemsprache zur Formatierung
- Lösung:
`Locale.setDefault(java.util.Locale.US);`