







-  1. Man zeige: unter  $n+1$  Zahlen der Menge  $\{1, 2, \dots, 2n\}$  gibt es stets zwei, von denen die eine die andere teilt.
-  2. Wie viele Personen braucht man, um behaupten zu können, dass  $q$  ( $q \geq 2$ ) Personen am selben Tag Geburtstag haben?
-  3. Zu einer Veranstaltung werden  $n$  Teilnehmer erwartet. Man weiß, dass sich manche von ihnen schon kennen (wenn  $A$  die Person  $B$  kennt, dann kennt  $B$  auch  $A$ ) und jeder kennt mindestens einer anderen. Zeigen Sie, dass es zwei Personen gibt, die gleich viele Teilnehmer kennen.
-  4. Zwei Spieler  $A$  und  $B$  machen auf einem karierten Blatt Papier folgendes Spiel: Spieler  $A$  macht ein  $x$  in ein Karo, Spieler  $B$  macht ein  $0$  in ein Karo, Spieler  $A$  macht ein  $x$ ,  $B$  macht ein  $0$ , usw. Gewonnen hat, wer als erster ein Quadrat aus seinen Zeichen hat. Man zeige, dass  $B$  so spielen kann, dass  $A$  sicher nicht gewinnt.
-  5. Die Punkte der Ebene seien mit den Farben Rot, Blau und Gelb gefärbt. Dann gibt es zwei Punkte gleicher Farbe mit dem Abstand 1.
-  6. Eine natürliche Zahl  $n$  mit  $1 \leq n < 10.000$  ist gegeben, und es ist bekannt, dass weder 2 noch 5 Teiler von  $n$  sind. Beweisen Sie mit Hilfe des Schubfachprinzips, dass es Vielfache von  $n$  gibt, die nur aus der Ziffer 1 bestehen. Wie viele Ziffern hat die kleinste dieser Vielfachen? *Eingabe:* Die Eingabedatei `zahl.in` beinhaltet maximal 500 Eingabefälle, einen pro Zeile. Jeder Fall repräsentiert ein  $n$ . *Ausgabe:* Geben Sie in die Datei `vielfache.out` für jeden Eingabefall eine Zeile mit der Zifferanzahl der kleinsten gesuchten Vielfachen aus, wie im Beispiel:

zahl.in	vielfache.out	
3	3 -->	3
7	7 -->	6
9901	9901 -->	12
97	97 -->	96
5673	5673 -->	60
791	791 -->	336
5557	5557 -->	926
543	543 -->	180
9999	9999 -->	36



7. Auf einem Schachbrett steht ein Springer. Der Springer führt eine Anzahl von Sprüngen aus und ist beim  $n$ -ten Sprung wieder am Ausgangspunkt. Man zeige, dass  $n$  gerade ist.

Definition durch Induktion (Rekursion). Die Folge  $(a_n)$  wird definiert durch:



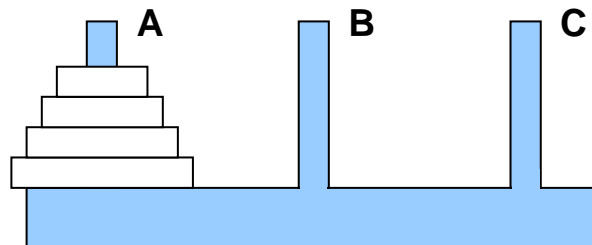
$$a_0 = 1$$

$$a_{n+1} = \frac{6 \cdot (1 + a_n)}{7 + a_n}$$

Angenommen die Folge konvergiert, was ist dann ihr Grenzwert?



9. Türme von Hanoi. 3 Stäbe,  $n$  geleerte Spielsteine heben einen Turm (A).



Man will den Turm (Stein für Stein) auf den Stab C umbauen und zwar so, dass nie ein größerer Stein auf einem kleineren liegt. Es darf nur eine Scheibe pro Zug von einem Stab auf einen anderen bewegt werden.

Wie viele Züge benötigt man?

### **Literatur**

1. Albrecht Beutelspacher, Marc-Alexander Zschiegner, *Diskrete Mathematik für Einsteiger. Mit Anwendungen in Technik und Informatik*, 3. Auflage, Vieweg Verlag, 2007.
2. Doina Logofătu, *Algorithmen und Problemlösungen mit C++*, Vieweg+Tebuner Verlag, 2010.