

SS 2010



1. Chinesischer Restsatz, $m = m_1 \cdot m_2 \cdot m_3$ mit $m_1=5$, $m_2=7$ and $m_3=13$.

a) Man suche ein x mit: $x \equiv 31 \pmod{5}$; $x \equiv 10 \pmod{7}$ und $x \equiv 52 \pmod{13}$.

b) Man berechne in $(\mathbb{Z}_m, +, \cdot)$ was $12 \cdot 36$ liefert und über den Umweg über die Zerlegung von \mathbb{Z}_m in $\mathbb{Z}_{m_1} \times \mathbb{Z}_{m_2} \times \mathbb{Z}_{m_3}$.

c) Man berechne das multiplicative Inverse von 8.



2. Berechne $\varphi(13013)$ (Eulersche Phi-Funktion).

3. Wir rechnen in $(\mathbb{Z}_{21}, +, \cdot)$.



a) Man gebe die von 15 erzeugte Untergruppe von $(\mathbb{Z}_{21}, +)$ an.

b) Welche Elemente erzeugt $(\mathbb{Z}_{21}, +)$?

c) Welche Elemente von (\mathbb{Z}_{21}, \cdot) haben ein Inverses?

d) Man bestimme die Ordnung einiger Elemente von $(\mathbb{Z}_{21}^*, \cdot)$

[Einheitengruppe, alle Elemente die ein Inverses haben].

4.

Eulersche φ -Funktion



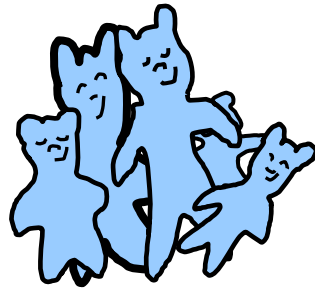
Es sei eine natürliche Zahl n mit $n > 1$ gegeben. Finden Sie die Anzahl der natürlichen Zahlen aus $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, die teilerfremd zu n sind.

Das ist die **Eulersche Phi-Funktion**, die so definiert ist: $\varphi: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $\varphi(n)$ = die

Anzahl der natürlichen Zahlen von 1 bis n , die teilerfremd zu n sind.

SS 2010

5. 



Wieviele sind es mindestens?

Wir haben eine gewisse Anzahl von Gummibärchen, wissen aber nicht, wieviele es sind. Wenn wir die Bärchen in Tüten

verpacken, in die je m_1 Bärchen passen, bleiben a_1 Bärchen übrig. Wenn wir sie in Tüten verpacken, die jeweils eine Kapazität von m_2 Bärchen besitzen, bleiben a_2 übrig. ... Wenn wir sie in Tüten füllen, die je m_k Bärchen aufnehmen, bleiben a_k übrig. Wieviele Gummibärchen sind es mindestens, wenn die m_1, m_2, \dots, m_k mit $m_k < 100$ untereinander teilerfremd sind? *Eingabe:* In der Datei *baerchen.in* befinden sich die Paare (a_i, m_i) mit $0 \leq a_i < m_i$; ein Paar pro Zeile. Das Produkt $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k$ passt in den Typ *unsigned*. *Ausgabe:* Geben Sie die minimale Anzahl der Gummibärchen in die Ausgabedatei *baerchen.out* aus. Beispiel:

baerchen.in	baerchen.out
2 3	128
3 5	
2 7	
7 11	

SS 2010

Literatur

1. Albrecht Beutelspacher, Marc-Alexander Zschiegner, *Diskrete Mathematik für Einsteiger. Mit Anwendungen in Technik und Informatik*, 3. Auflage, Vieweg Verlag, 2007.
2. Doina Logofătu, *Algorithmen und Problemlösungen mit C++*, Vieweg+Tebuner Verlag, 2010.