



Ausgewählte Probleme aus dem ACM Programming Contest WS 09/10

Goldbach and Euler | Industrial Spy





Gliederung

1	Goldbach and Euler: Aufgabenstellung
2	Goldbachsche Vermutung
3	Sieb des Eratosthenes
4	Goldbach and Euler: Implementierung
5	An Industrial Spy: Aufgabenstellung
6	An Industrial Spy: Implementierung
7	An Industrial Spy: Beispiel



ACM Problem 10311 - Goldbach and Euler

Aufgabenstellung	Für eine Liste von Zahlen soll berechnet werden, ob die jeweilige Zahl als Summe zweier Primzahlen p_1 und p_2 geschrieben werden kann. Falls ja, soll $(p_2 - p_1)$ positiv und minimal sein.
Input	File mit 100.000 Zahlen. Jede Zahl n liegt im Bereich $0 < n \leq 100.000.000$.
Output	n is the sum of p_1 and p_2 . oder n is not the sum of two primes!



ACM Problem 10311 - Goldbach and Euler

Beispiele:

Input	Output
10	10 is the sum of 3 and 7.
11	11 is not the sum of two primes!
12	12 is the sum of 5 and 7.
13	13 is the sum of 2 and 11.



Goldbachsche Vermutung

Jede gerade Zahl größer als 2 kann als Summe zweier Primzahlen geschrieben werden.

Vom deutschen Mathematiker Christian Goldbach im 18. Jahrhundert aufgestellt.

Für alle Zahlen bis 10^{18} überprüft und für richtig befunden.

Bisher aber kein Beweis für Zahlen beliebiger Größe.

Beispiele:

$$12 = 5 + 7$$

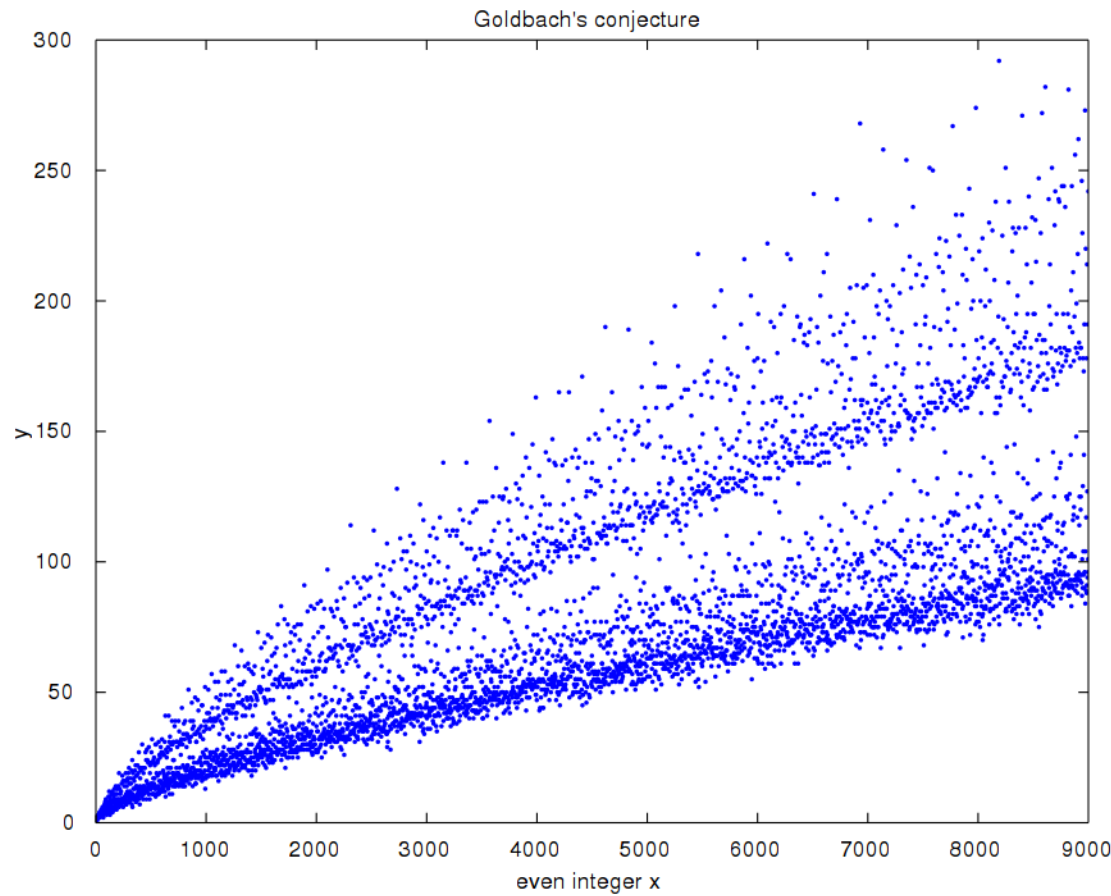
$$20 = 3 + 17 \text{ oder } 7 + 13$$

$$30 = 7 + 23 \text{ oder } 11 + 19 \text{ oder } 13 + 17.$$



Goldbach'sche Vermutung

Für große Zahlen gibt es eine wachsende Zahl von Möglichkeiten, diese in die Summe zweier Primzahlen zu zerlegen:





Sieb des Eratosthenes

Algorithmus zur schnellen Berechnung von Primzahlen kleiner oder gleich einem bestimmten Wert.

Benannt nach dem griechischen Mathematiker Eratosthenes von Kyrene, der das Verfahren allerdings nicht selbst erfunden hat.

Prinzipielles vorgehen:

Alle natürlichen Zahlen von 2 bis zu einem frei wählbaren Maximalwert S aufschreiben.

Alle unmarkierten Zahlen sind potentielle Primzahlen.

Die kleinste unmarkierte Zahl ist immer eine Primzahl.

Nachdem eine Primzahl gefunden wurde, alle Vielfachen dieser Primzahl streichen. (Es genügt dabei, mit dem Quadrat der Primzahl zu beginnen, da alle kleineren Vielfachen bereits markiert sind)

Ende, sobald das Quadrat der aktuellen Primzahl größer als die Schranke S ist.

→ Alle nicht gestrichenen Zahlen sind Primzahlen.



ACM Problem 10311 - Goldbach and Euler

Implementierung:

Berechnung aller Primzahlen bis einschließlich 100.000.000 mit Sieb des Eratosthenes.

Für jede gegebene Zahl:

Zahl ist gerade?

Für i von $\text{Zahl}/2$ bis 3:

$\text{Zahl}-i$ und i Primzahlen und $\text{Zahl}-i > i$?

→ Fertig, Ergebnis: $p_2 = \text{Zahl}-i$; $p_1 = i$

Falls keine Zahlen gefunden → Ende, keine Summe zweier Primzahlen

Zahl ist ungerade?

Falls $\text{Zahl}-2$ Primzahl → Fertig, Ergebnis: $p_2 = \text{Zahl}-2$; $p_1 = 2$

Falls nicht: Ende, keine Summe zweier Primzahlen



ACM Problem NWERC09_A - An Industrial Spy

Aufgabenstellung	Für eine Menge gegebener Ziffern soll berechnet werden, wie viele Möglichkeiten es gibt, diese Ziffern so anzuordnen, dass sie eine Primzahl ergeben. Dabei können auch Ziffern weggelassen werden. Führende Nullen werden ignoriert.
Input	File mit 200 Zeilen. Jede Zeile enthält bis zu sieben Ziffern.
Output	Die Anzahl der Primzahlen, die mit Hilfe der Ziffern konstruiert werden können



ACM Problem NWERC09_A - An Industrial Spy

Beispiele:

Input	Output
17	3 (Primzahlen: 7, 17, 71)
1276543	1336
9999999	0
011	2 (Primzahlen: 11, 101)



ACM Problem NWERC09_A - An Industrial Spy

Implementierung:

Berechnung aller Primzahlen bis einschließlich 9.999.999 (sieben Stellen) mit Sieb des Eratosthenes.

Für jede Folge von Ziffern:

- Initialisiere Set für gefundene Primzahlen.

- Berechne alle Permutationen der Ziffern.

- Für jede Permutation...

 - Zerlege Permutation in Teile der Länge n ($1 \leq n \leq \text{Anzahl Ziffern}$)

 - Für jeden Teil: Falls Primzahl, füge Teil zu Set hinzu.

Ergebnis ist Anzahl der Elemente im Set.



ACM Problem NWERC09_A - An Industrial Spy

Algorithmus anhand eines Beispiels:

Primzahlen bis 999 (drei Ziffern): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691, 701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797, 809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887, 907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997

Ziffernfolge: 1 2 3

Permutation:	123	132	213	231	312	321
3-stellige Teile:	123	132	213	231	312	321
2-stellige Teile:	12, 23	13, 32	21, 13	23, 31	31, 12	32, 21
1-stellige Teile:	1,2,3	1,3,2	2,1,3	2,3,1	3,1,2	3,2,1

→ Da ein Set zur Speicherung der gefundenen Zahlen verwendet wird, werden Doppelgänger nicht doppelt gezählt.



Fragen und Antworten

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit! :-)